Codage par Transformation

- Objet: Concentrer l'énergie d'une image sur quelques coefficients
- Peut être sans pertes si tous les coefficients sont transmis
- Transformation:
  - ✓ Linéaire & Unitaire → $Y = T \cdot X \cdot T^t$ & $T^t \cdot T^* = I$
  - ✓ Séparable → *application sur les lignes seules, puis les colonnes, par ex.*
  - ✓ La transformation inverse doit exister !
- Système Visuel Humain → Importance des basses fréquences!
- Exemple: Transformée de Fourier Discrète

$T = \left[t_{m,n} \right]$ $\quad t_{m,n} = e^{-2p\, j \frac{n \cdot m}{\sqrt{N}}}$ $\quad \rightarrow \quad y_{k,l} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left(\sum_{n=0}^{N-1} x_{m,n} \cdot e^{-2p\, j \cdot k \frac{n}{N}} \right) \cdot e^{-2p\, j \cdot l \frac{m}{N}}$

$m, n = 0, \cdots, N-1$

→ ***Fréquences Spaciales !***

→ *Recouvrement des spectres selon les 2 axes fréquentiels !*

Quelques Transformées…

- ***Karhunen & Loeve (KLT)*** → **Analyse en Composantes Principales**
  - ✓ Dépends des statistiques de l'image → n'est pas unique
  - ✓ Transformée linéaire optimale, mais *très lourde à mettre en œuvre !*
- ***Fourier Discrète (DFT)***
  - ✓ Introduction de coefficients complexes ! → *assez lourd également !*
- ***Walsh-Hadamard (WHT)***
  - ✓ Matrice de transformation ∍ uniquement des valeurs binaires +1 / -1
  - ✓ Obtenue par récurrence:

$$H_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} H_{n-1} & H_{n-1} \\ H_{n-1} & -H_{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad H_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

  - ✓ *Faibles performances*
  - ✓ N'implique que des **+** et des **-** → *implémentation matérielle aisée*

Transformée en Cosinus Discrète (*DCT*)

$$T = \left[t_{m,n} \right] \qquad t_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad pour \quad m = 0\,; \qquad t_{m,n} = \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{(2n+1)\,mp}{2N} \right) \quad sinon\,; \qquad 0 \le n \le N-1.$$

$$y_{k,l} = 4 \frac{c_u \cdot c_v}{N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \left(\sum_{n=0}^{N-1} x_{m,n} \cdot \cos\left(p\,k \frac{(2m+1)}{2N} \right) \right) \cdot \cos\left(p\,l \frac{(2n+1)}{2N} \right) \qquad c_u, c_v = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & u,v = 0 \\ 1 & u,v = 1,\cdots,N-1 \end{cases}$$

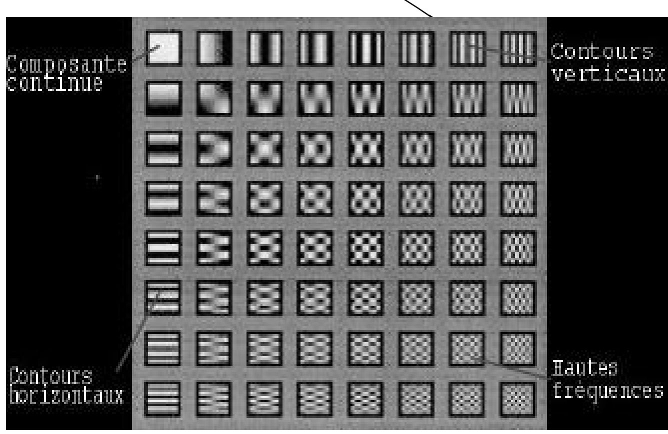
- **DCT** ⇔ **DFT** → pas de N^bres^ ℂ, meilleur *RSBP*, pas d'effet de blocs :

- Opérations sur des blocs de 8x8 pixels
  - ✓ Meilleure prise en compte de statistiques locales de l'image
  - ✓ Volume de calcul réduit & implémentation matérielle plus aisée
- Performances proches de la transformée optimale KLT (*RSBP*)
- Utilisée dans les normes JPEG et MPEG

B. Gosselin - Signal Processing & Circuit Theory Lab. - Faculte Polytechnique de Mons

Transformée en Cosinus Discrète (*DCT*)



B. Gosselin - Signal Processing & Circuit Theory Lab. - Faculte Polytechnique de Mons

DCT : Exemple



Image originale — *Reconstruite avec 64 coeff.* — *Reconstruite avec 32 coeff.*



Reconstruite avec 16 coeff. — *Reconstruite avec 3 coeff.* — *Reconstruite avec 1 seul coeff. (Composante continue de la DCT)*

Codage Hiérarchique

- Objet: accéder à différents niveaux de qualité ou de résolution
  - → utile pour le parcours de bases de données, transmissions Internet,…
- Caractéristiques:
  - ✓ Faible débit pour les premières approximations de l'image
  - ✓ Transmission progressive des données supplémentaires
  - ✓ Ré-utilisation des données déjà transmises → minimiser l'info. subséquente
  - ✓ Algorithme d'encodage et (surtout) de décodage rapides
- Approches:
  - ✓ Résolution Fixe → *intensité des pixels affinée de niveau en niveau*
  - ✓ Résolution Variable → *taille de l'image variable selon les étapes*

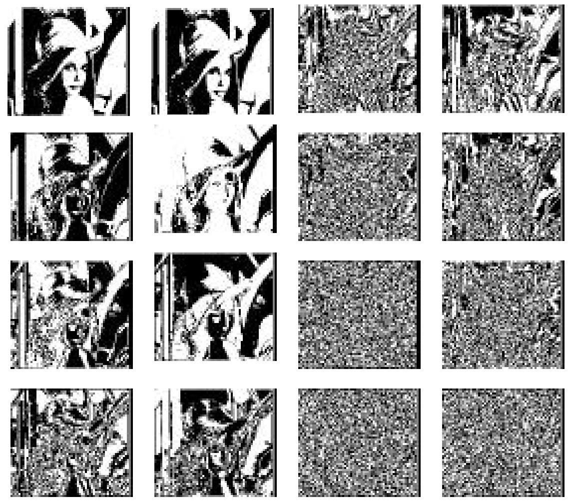
B. Gosselin - Signal Processing & Circuit Theory Lab. - Faculte Polytechnique de Mons

Résolution Fixe

- **Transmission par plans de bits**
  - A partir du bit le plus significatif
  - Peut être sans pertes
  - Usage de compression binaire
  - Taux de compression successifs diminuent

- **Transformée (DCT)**
  - Transmission progressive des coefficients, mais exige transformée inverse à chaque étape !

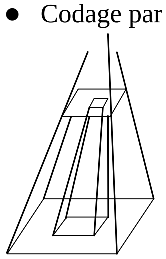
Code Binaire *Code Gray* *Code Binaire* *Code Gray*



B. Gosselin - Signal Processing & Circuit Theory Lab. - Faculte Polytechnique de Mons

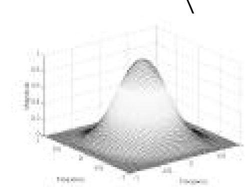
Résolution Variable

- Codage par Pyramide



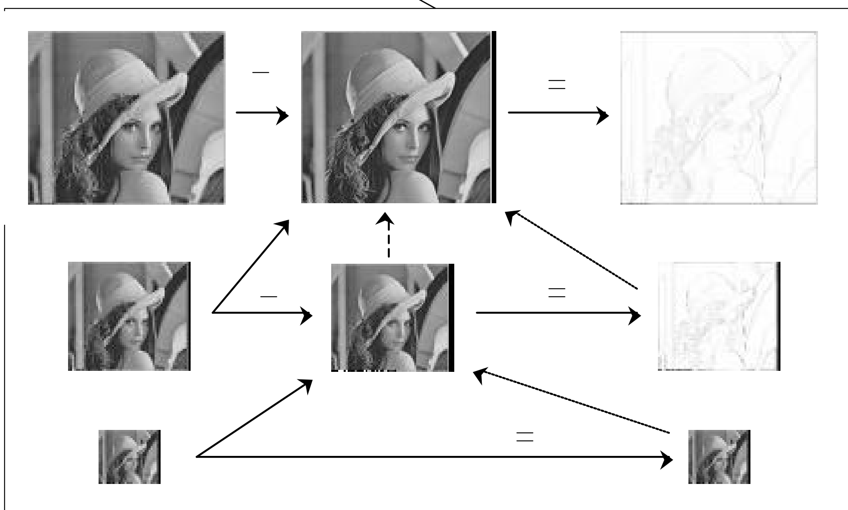
- ***Sous-échantillonnage*** : image $N \times N \rightarrow N/2 \times N/2$ pixels
  - ✓ La reconstruction peut exploiter les pixels déjà envoyés
  - ✓ Diminue la corrélation spaciale → compression moins efficace
  - ✓ *Attention au repliement de spectre !*
- ***Moyenne***
  - ✓ Calcul de la moyenne d'une petite région (ex: 2 x 2)
  - ✓ Association des différences entre pixels → entropie réduite
  - ✓ Augmente le nombre de bits à transmettre
- ***Laplacienne***
  - ✓ Filtrage passe-bas (convolution avec un masque Gaussien)
  - ✓ Sous-échantillonnage, prédiction & calcul de la différence

$$H = \begin{bmatrix} 0.0169 & 0.0481 & 0.0481 & 0.0169 \\ 0.0481 & 0.1369 & 0.1369 & 0.0481 \\ 0.0481 & 0.1369 & 0.1369 & 0.0481 \\ 0.0169 & 0.0481 & 0.0481 & 0.0169 \end{bmatrix}$$



B. Gosselin - Signal Processing & Circuit Theory Lab. - Faculte Polytechnique de Mons

Pyramide Laplacienne



B. Gosselin - Signal Processing & Circuit Theory Lab. - Faculte Polytechnique de Mons