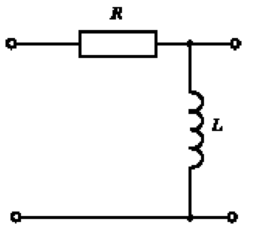
Service de
Théorie des Circuits
et de Traitement du Signal

EPREUVE PRATIQUE DE THEORIE DES CIRCUITS

3ème ELEC + IG
Avril 2003

(2h, sans notes)

Soit le circuit suivant :



On demande :

1. de calculer la valeur à donner à l'inductance L sachant que la résistance R vaut 10 ohms afin que la fréquence de cassure de la courbe de bode soit égale à 1kHz ;

La pulsation de cassure correspond au pôle de la fonction de transfert et donc :

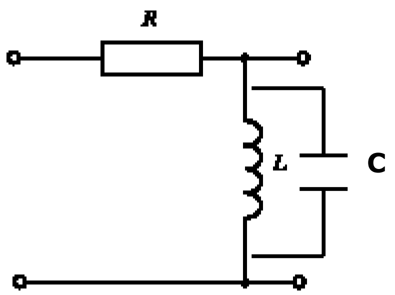
$$\omega_0 = \frac{R}{L} = 2\pi\ f_c \Rightarrow L = \frac{R}{\omega_0} = 1{,}59mH$$

2. d'ajouter un élément simple au circuit de la figure 1 afin de transformer ce circuit en un circuit résonant de bande passante égale à 500Hz autour de 10kHz ;

La notion de circuit résonant implique la présence d'une inductance et d'un condensateur. L'élément simple à ajouter est donc un condensateur.

Nous voulons construire un circuit passe bande, autrement dit, un circuit qui atténue les hautes et les basses fréquences et laisse passer les fréquences dans une gamme de fréquence donnée autour d'une fréquence donnée également.

Il faut donc placer le condensateur en parallèle sur l'inductance. De cette manière, que ce soit en haute ou en basse fréquence, nous avons un court circuit en parallèle sur un circuit ouvert, la sortie est donc mise en court circuit dans les deux cas. Pour une fréquence = fréquence de résonance, le circuit LC sera équivalent à un circuit ouvert.



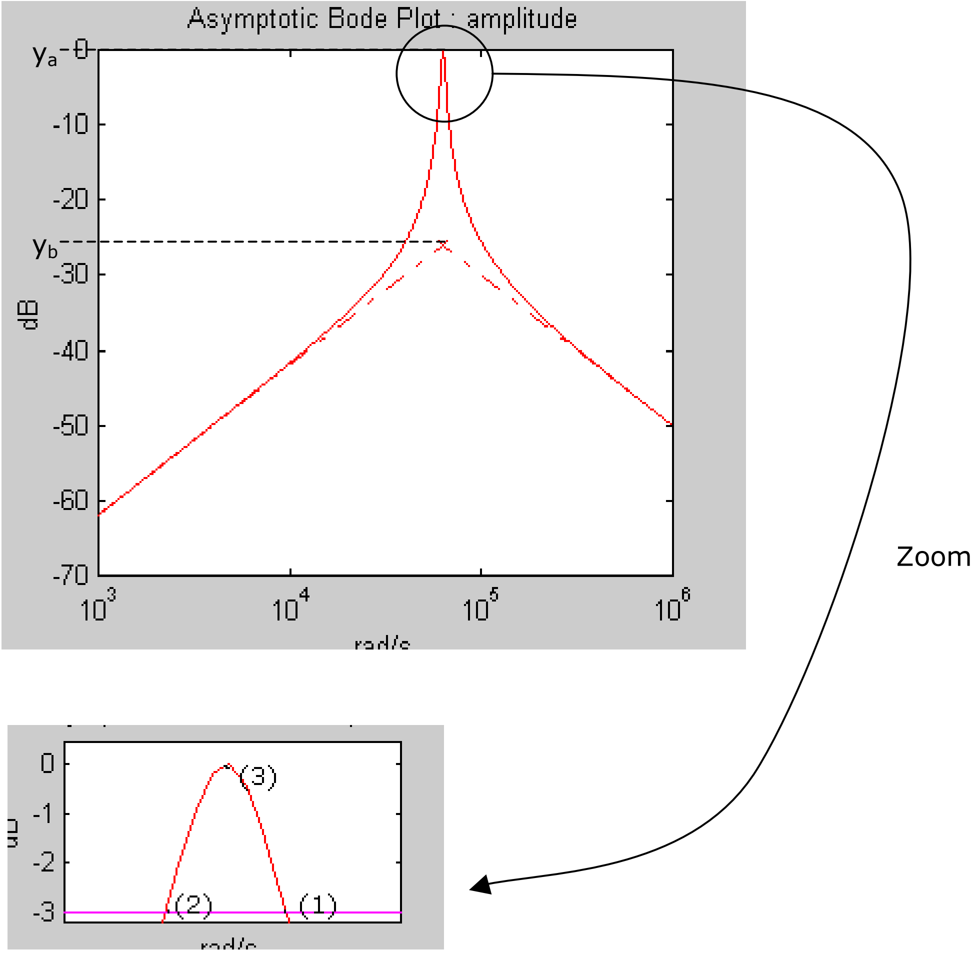
$$H(p) = \frac{p\frac{1}{RC}}{p^2 + p\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

En rapprochant cette expression de l'expression : $H(p) = \dfrac{p\omega_b}{p^2 + p\omega_b + \omega_p^2}$

dans laquelle ω_b représente la largeur de bande et ω_p représente la pulsation de résonance ; nous trouvons que : C doit valoir $1/(R\omega_b)$, soit 31.83µF et L doit valoir $1/(\omega_p{}^2C)$, soit 7.96µH

3. de vérifier graphiquement que les spécifications sont bien rencontrées (indiquez les lignes de commande matlab utilisées à cet effet et les valeurs obtenues par mesure sur le graphique)

```
wb=1/(R*C) ;wc=1/sqrt(L*C);
N=[wb 0];D=[1 wb wc*wc];
w=logspace(3,6,1000);
bodecplt(N,D,w,'r')
plot([10^3 10^6],[-3 -3]) %horizontale à 3 dB du maximum
zoom on
[x y]=ginput(3)
(x(1)-x(2))/2/pi => 4.96 10² => environ 500Hz => OK
x(3)/2/pi => 10000Hz => OK
```



4. de calculer et de mesurer le facteur de qualité du circuit ;

Q= ω_p / ω_b = 10000*2*pi/(500*2*pi)=20 => 20log(Q)=26dB

Graphiquement : ya-yb = 26 => OK

5. de déduire l'allure générale de la réponse impulsionnelle en raisonnant sur la position des pôles du circuit;

roots(D) = (-0.1571 +/- 6.2812 j)* 10^4= $\sigma + j * \omega$

Les poles sont complexes conjugués.

La réponse impulsionnelle correspond à une cosinusoïde de pulsation égale à la partie imaginaire des pôles ($\cos(\omega t + \varphi)$) amortie par une exponentielle décroissante ($e^{-\sigma t}$) dont la constante de temps τ est égale à l'inverse de la partie réelle des pôles.

Soient
$$\sigma = 0.1574 * 10^4 s^{-1} \Rightarrow \tau = 1/\sigma = 0.0006365 s$$
$$\omega = 6.2812 * 10^4 rad/s \Rightarrow T = 1/f = 1/(\omega/(2\pi)) = 10^{-4} s$$

6. de calculer et d'afficher la réponse impulsionnelle sous matlab et de vérifier vos prédictions ;

[R,P,K]=residue(N,D)

R =

1.0e+003 *

1.57079632679490 + 0.03928218577160i

1.57079632679490 - 0.03928218577160i

P =

1.0e+004 *

-0.15707963267949 + 6.28122150487902i

-0.15707963267949 - 6.28122150487902i

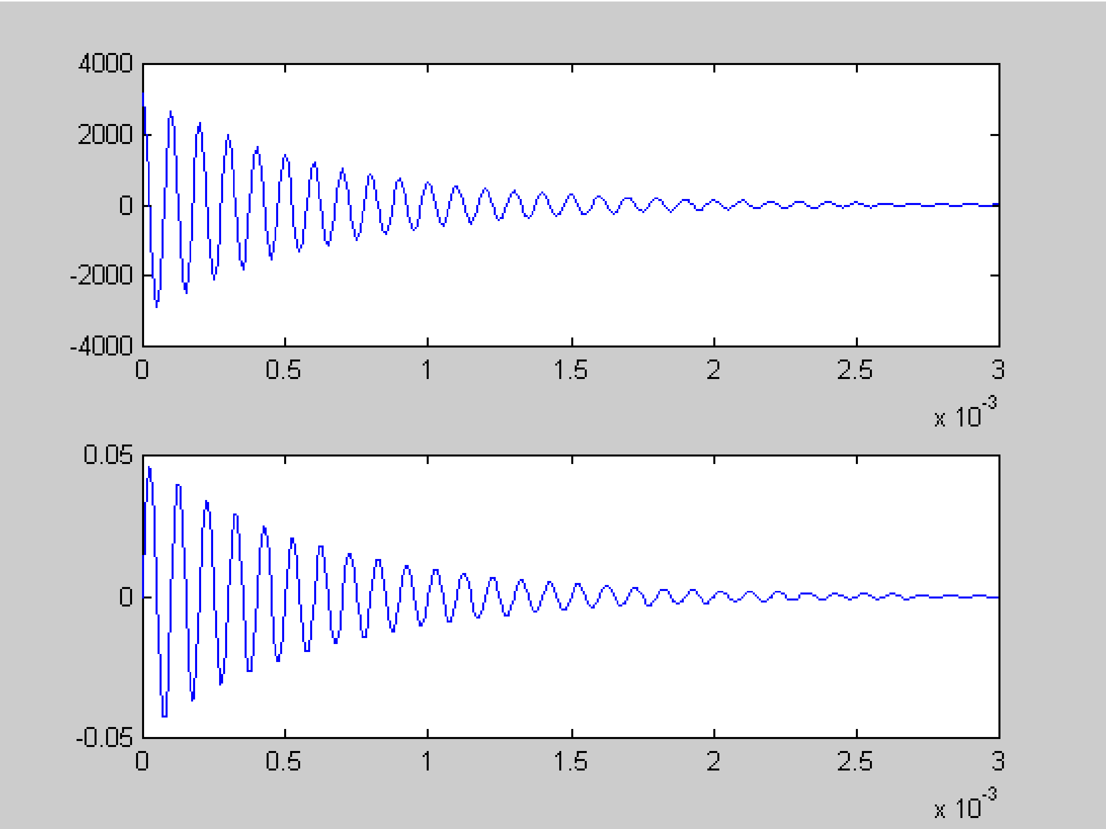
K =

[ ]

Nous constatons donc que les résidus sont complexes conjugués, de même que les pôles.

En posant, $\underline{R} = |\underline{R}| \cdot e^{j\theta}$ et $\underline{P} = -\sigma + j\omega$

La réponse impulsionnelle sera de la forme : $h(t) = 2|\underline{R}|e^{-\sigma t}\cos(\omega t + \theta)$



Vérification :

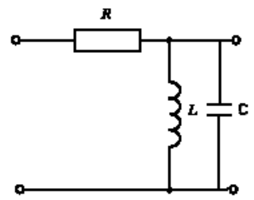
reptemp(N,D,0 :0.00001 :0.002)

[x y] = ginput(2)

x(2)-x(1) = 10^(-4)s = T calculé précédemment => OK

$\tau = 1/\sigma = 0.0006365s = 0.6*10^{-3}s$ correspond bien à l'intersection de la tangente à l'exponentielle à l'origine avec l'axe des abscisses.

7. de calculer sous matlab la fonction de transfert du quadripôle obtenu par la mise en cascade de 3 cellules du second degré identiques à celle-ci :



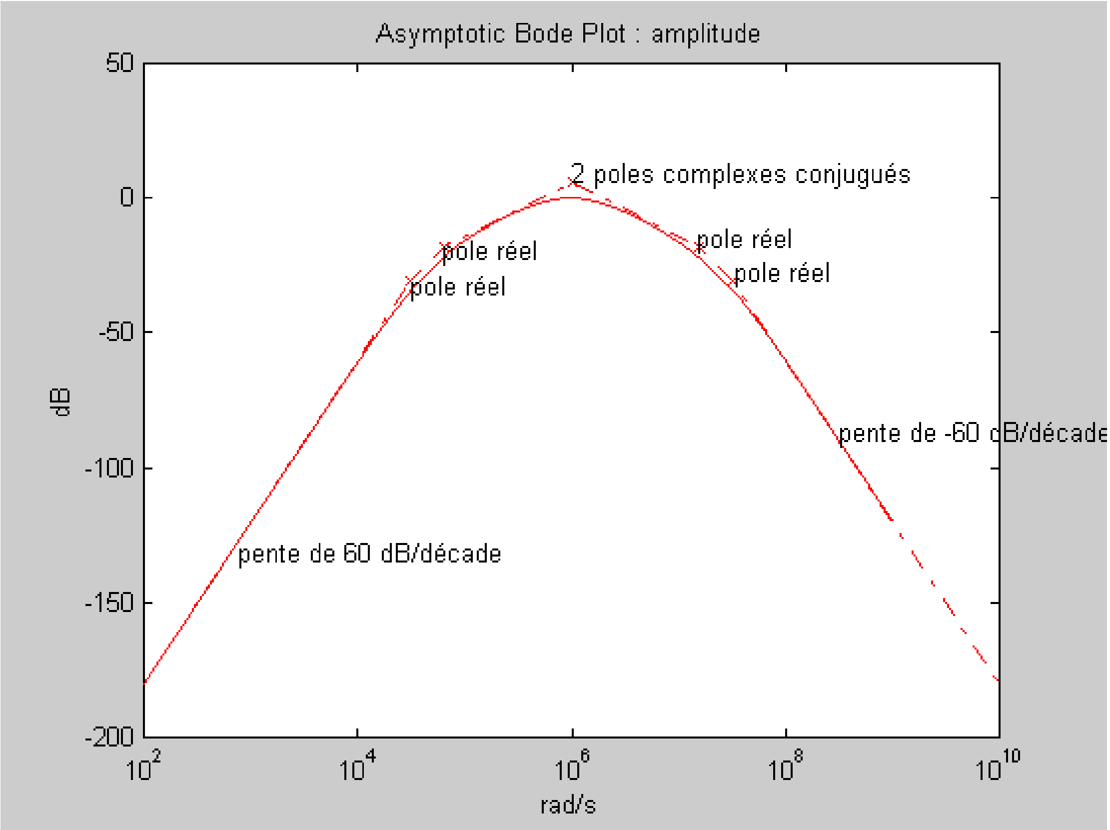
R=100 Ω
L=1 mH
C=1 nF

» [N,D]=echelle([0 100 ; 0.001 0; 0 1 ;0 100 ; 0.001 0; 0 1;0 100 ; 0.001 0; 0 1],[0 1 ; 0 1 ; 10^(-9) 0 ;0 1 ; 0 1 ; 10^(-9) 0 ;0 1 ; 0 1 ; 10^(-9) 0],[0 1 1 0 1 1 0 1 1]);

8. d'afficher sous Matlab la réponse en fréquence résultante, et de comparer cette réponse à celle qui aurait été obtenue si un ampli opérationnel isolateur d'impédance avant été inséré entre chaque cellule lors de la mise en cascade.

afficher sous Matlab la réponse en fréquence résultante :

» bodecplt(N,D,logspace(2,9,100000),'r')



Si un ampli op a été inséré entre chaque cellule, la fonction de transfert résultante est le produit des fonctions de transfert de chaque cellule :

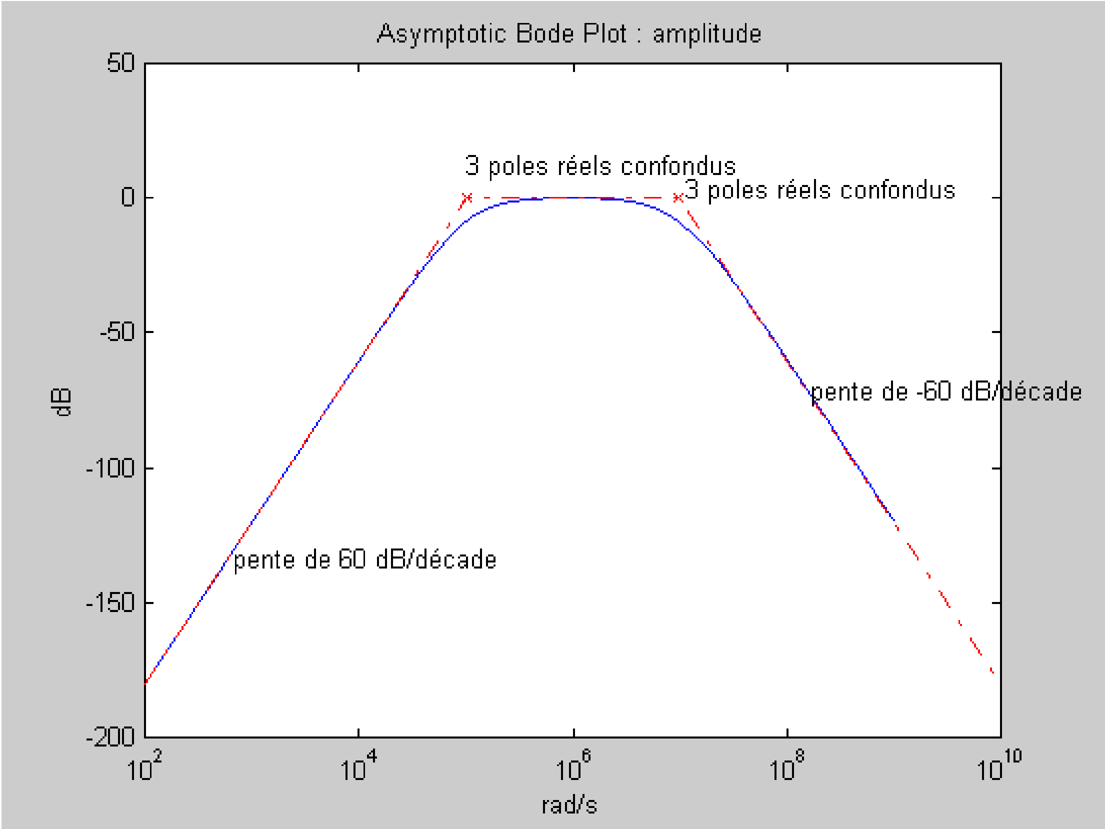
» N1=[0.001 0];

» D1=[100*0.001*10^(-9) 0.001 100];

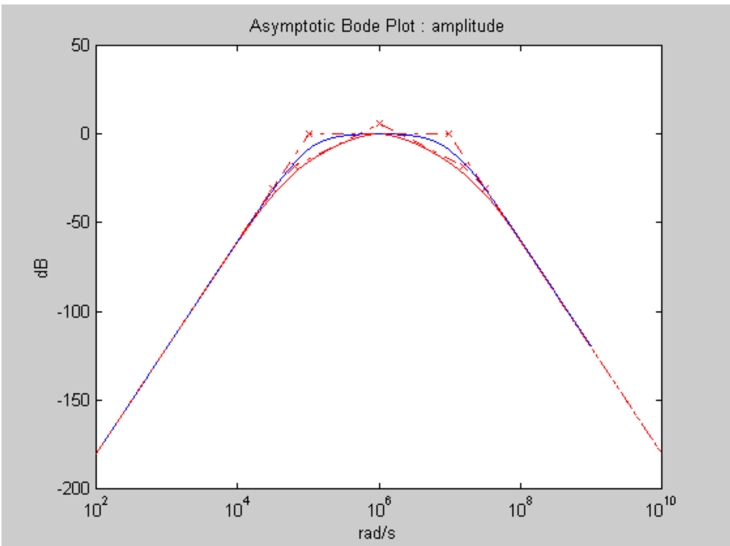
» Na=conv(N1,conv(N1,N1));

» Da=conv(D1,conv(D1,D1));

» bodecplt(Na,Da,logspace(2,9,100000),'b')



En dessinant les deux cas de figure sur la même figure, nous obtenons :



Nous constatons que l'insertion d'amplificateurs opérationnels entre les cellules conduit à une addition des courbes de bodes (dB) correspondant à chacune des cellules. Comme les 3 cellules sont identiques, les pôles sont confondus et les effets s'additionnent.